

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 10D2166

1. В трехмерном пространстве две прямые заданы векторными уравнениями $\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$ и $\vec{r} = \vec{c} + t\vec{d}$. Используя скалярные и векторные произведения векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$, найдите расстояние между этими прямыми.
2. Пусть L — линейное подпространство в n -мерном линейном пространстве V . Докажите, что если $\dim L < n$, то в пространстве V имеется базис, в котором ни один из векторов не принадлежит подпространству L .
3. Докажите, что кольцо многочленов от n переменных над полем является целостным.
4. Пусть $\mathbb{C}^*$ — мультипликативная группа поля комплексных чисел и $\mathbb{C}_n$ — множество корней степени n из единицы. Докажите, что $\mathbb{C}_n$ является нормальной подгруппой группы $\mathbb{C}^*$, а фактор-группа $\mathbb{C}^*/\mathbb{C}_n$ изоморфна $\mathbb{C}^*$.